

Umrechnung:

$$0^\circ C \equiv 273 K$$

Grenzfrequenz (-3dB):

$$a \cdot f(\Omega_{3dB}) = a \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Kondensator ((Ent-)Ladestrom):

$$i(t) = i_c \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad i(t) = i_c e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = R_{ges} \cdot C_{ges}$$

Fehlerrechnung

absoluter Fehler:

$$F = A - W$$

Korrektur:

$$K = -F = W - A$$

Korrekturfaktor:

$$k = \frac{W}{A}$$

relativer Fehler:

$$f = \frac{A - W}{W} \cdot 100\% \approx \frac{A - W}{A} \cdot 100\%$$

Messgerätefehler:

$$F_x = A_x - W_x = A_e - E = F_e$$

Klassengenauigkeit:

$$f_e = \frac{A_x - W_x}{E} \cdot 100\% = \frac{A_e - E}{E} \cdot 100\%$$

relative Messgerätefehler:

$$f_x = \frac{A_x - W_x}{W_x} \cdot 100\% = \frac{A_e - E}{W_x} \cdot 100\% = f_e \frac{E}{W_x} \approx f_e \frac{E}{A_x}$$

zufällige Fehler:

Mittelwert der Stichprobe:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Abweichung vom Mittelwert:

$$\Delta_i = x_i - \bar{x}$$

Streuung der Stichprobe:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2}{n-1}}$$

Standardabweichung:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N-1}}$$

Mittelwert:

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Vertrauensbereich:

$$v = \pm \frac{t}{\sqrt{n}} s$$

Summenhäufigkeit zwischen zwei Punkten

$$W(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{x_2 - \mu}{\sqrt{2} \sigma} \right) - \operatorname{erf} \left(\frac{x_1 - \mu}{\sqrt{2} \sigma} \right) \right]$$

Bereich x_1, x_2	Summenhäufigkeit W
$\mu \pm \sigma$	0,683
$\mu \pm 1,65 \sigma$	0,900
$\mu \pm 1,96 \sigma$	0,950
$\mu \pm 2,58 \sigma$	0,990
$\mu \pm 2,81 \sigma$	0,995
$\mu \pm 3 \sigma$	0,997
$\mu \pm 3,3 \sigma$	0,999

Fehlerfortpflanzung

systematischer Fehler:

$$\Delta y \approx \frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial y}{\partial x_3} \Delta x_3$$

zufälliger Fehler (absolut):

$$\Delta y \approx \pm \left\{ \left| \frac{\partial y}{\partial x_1} \right| |\Delta x_1| + \left| \frac{\partial y}{\partial x_2} \right| |\Delta x_2| + \left| \frac{\partial y}{\partial x_3} \right| |\Delta x_3| \right\}$$

zufälliger Fehler (relativ):

$$\left| \frac{\Delta y}{y} \right| = \dots$$

relativer Fehler (nur Multiplikation und Division):

$$f = \pm \left\{ \left| \frac{\Delta x_1}{x_1} \right| \cdot 100\% + \left| \frac{\Delta x_2}{x_2} \right| \cdot 100\% + \dots \right\}$$

Messung von Wechselströmen

Effektivwertmessgerät:

z.B. elektrodynamisches Messgerät

Gleichrichtwert:

$$i_{gl} = |\bar{i}| = \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} i_{sp}(t) dt$$

Effektivwert:

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} i(t)^2 dt}$$

Sinusform

$$I_{eff} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

Addition von Effektivwerten für Sinusspannung:

$$U_{eff, ges} = \sqrt{U_{eff, 1}^2 + U_{eff, 2}^2}$$

Kurvenformfehler:

Einweggleichrichtung für Sinusform:

$$I_{eff} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} |\bar{i}| \rightarrow F = \frac{I_{eff}}{|\bar{i}|} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

Zweiweggleichrichtung für Sinusform:

$$I_{eff} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} |\bar{i}| \rightarrow F = \frac{I_{eff}}{|\bar{i}|} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

Scheitelfaktor (Crestfaktor):

$$C = \frac{\hat{i}}{I_{eff}}$$

Messverstärker

nichtinvertierender Verstärker

$$V' = \frac{U_2}{U_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

richtige Bemessung der Gegenkopplung
allgemein Differenzverstärker

$$V \gg 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad V \gg 1 + \frac{R_{22}}{R_{11}}$$

Gleichstrombrücken

Abgleichbedingungen

$$R_2 R_3 = R_1 R_4$$

Wheatstonebrücke

Ersatzspannungsquelle:

Leerlaufspannung:

$$U_0 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) U_1$$

Innenwiderstand (in Reihe):

$$R_i = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

Ersatzstromquelle:

Kurzschlußstrom:

$$I_0 = I_1 \left(\frac{R_3}{R_1 + R_3} - \frac{R_4}{R_2 + R_4} \right)$$

Innenwiderstand (parallel):

$$\frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2 + R_4} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}$$

Thomsonbrücke

Dreieck-Stern-Transformation

$$R_a = \frac{R_5 R_7}{R_5 + R_6 + R_7} ; R_b = \frac{R_6 R_7}{R_5 + R_6 + R_7}$$

$$R_c = \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6 + R_7} \rightarrow \text{Wheatstonebrücke}$$

Oszilloskop

Ablenkempfindlichkeit

$$\frac{y}{U_y} = \frac{1}{2 U_a d} \left(\frac{z_1^2}{2} + z_1 z_2 \right)$$

z_1 Ablenkplattenlänge,

z_2 Weg der Nachbeschleunigung

Brechungsgesetz der Elektronenoptik:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_{y1}/v_1}{v_{y2}/v_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{1 + \frac{\Delta U}{U_1}}$$

Y-t-Darstellung

Frequenzgang:

obere Grenzfrequenz:

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{1 + j \omega R_0 C_1} \quad f_c = \frac{1}{2 \pi R_0 C_1}$$

Anstiegszeit der Elektronik:

$$T_{a2} = \frac{0,35}{f_c}$$

Gesamtanstiegszeit:

$$T_a = \sqrt{T_{a1}^2 + T_{a2}^2}$$

Grenzfrequenz:

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad R_i \ll R_T, R_o \quad \text{kann für } \omega \rightarrow \omega_c \text{ wegfallen}$$

Gesamtgrenzfrequenz:

$$\frac{1}{f_c} = \sqrt{\left(\frac{1}{f_{c1}} \right)^2 + \left(\frac{1}{f_{c2}} \right)^2}$$

Tastkopf

Frequenzunabhängigkeit:

$$\tau_1 = \tau_{2ges}$$

$$R_1 C_1 = R_{2ges} C_{2ges} = \frac{R_2 R_o}{R_2 + R_o} (C_2 + C_o + C_k)$$

Zeitunabhängigkeit:

$$\underline{a}|_{t=0, \omega \rightarrow \infty} = \underline{a}|_{t \rightarrow \infty, \omega=0}$$

Ersatzspannungsquelle für τ_{ges} :
 kurzschließen der Spannungsquelle
 \rightarrow Ersatzwiderstand $\rightarrow \tau_{ges}$

Abstimmung (Widerstände konstant):
 überkompensiert: $\tau_1 > \tau_2$
 unterkompensiert: $\tau_1 < \tau_2$
 abgeglichen: $\tau_1 = \tau_2$

Lissajous-Figuren

$$u_x = \hat{u}_x \sin(\omega t + \varphi) \quad u_y = \hat{u}_y \sin(\omega t) \quad \text{oder}$$

$$u_x = \hat{u}_x \cos(\omega t + \varphi) \quad u_y = \hat{u}_y \cos(\omega t)$$

$$\frac{u_x}{\hat{u}_x} = \frac{u_y}{\hat{u}_y} \cos \varphi + \sqrt{1 - \left(\frac{u_y}{\hat{u}_y}\right)^2} \sin \varphi$$

Phasenverschiebung:

Signal mit φ auf x-Achse $\rightarrow U_x(t)|_{\omega t=0}$
 auf y-Achse $\rightarrow U_y(t)|_{\omega t=\frac{\pi}{2}}$

Messgeräte für Effektivwerte

Messung von Gleichströmen:

$$S_1 = \frac{d\alpha}{dl} = \frac{C_E}{D} 2I, \quad \alpha = \frac{C_E}{D} I_1 I_2 = C_E \frac{\mu_0 A}{l_L} w_1 w_2$$

Messung von Wechselgrößen

$$\underbrace{\Theta \frac{d^2 \alpha}{dt^2}}_{\text{Trägheitsmoment}} + \underbrace{p \frac{d\alpha}{dt}}_{\text{Dämpfungsmoment}} + \underbrace{D\alpha}_{\text{Rückstellmoment}} = \underbrace{C_E i_1(t) \cdot i_2(t)}_{\text{Antriebsmoment}}$$

$$\alpha = \frac{C_E}{D} \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} (\hat{i} \sin(\omega_i t))^2 dt = \frac{C_E}{D} I^2$$

Wechselstrom-Leistung:

Wirkleistung:

$$P_W = \frac{\hat{u}_V \hat{i}_V}{2} \cos \varphi_{i_v; u_v} = U_V I_V \cos \varphi_{i_v; u_v}$$

Quellen mit gleicher Frequenz müssen erst
 zusammengefasst werden

Blindleistung (Rechengröße):

$$P_B = \frac{\hat{u}_V \hat{i}_V}{2} \sin \varphi_{i_v; u_v} = U_V I_V \sin \varphi_{i_v; u_v}$$

Scheinleistung:

$$P_S = U_V I_V = \sqrt{P_W^2 + P_B^2}$$

Leistungsanzeige:

Stromrichtige Leistungsmessung:

ges Quelle
 v Verbraucher

$$P_v = U_v I_v$$

$$P_{ANZ} = U_{ges} I_v = (R_{sp} \cdot I_v + U_v) I_v = P_v + R_{sp} I_v^2$$

Spannungsrichtige Messung:

$$P_v = U_v I_v$$

$$P_{ANZ} = U_v I_{ges} = U_v \left(I_v + \frac{U_v}{R_1} \right) = P_v + \frac{U_v^2}{R_1}$$

Messwandler

Spannungswandler:

$$\ddot{u} = \left| \frac{U_1}{U_2} \right| = \frac{w_1}{w_2}$$

Winkelfehler:

$$\tan \delta_u \approx \delta_u = \frac{X_\sigma}{R_{Cu} + R_b'}$$

Stromwandler:

$$\ddot{i} = \left| \frac{I_1}{I_2} \right| = \frac{w_2}{w_1}$$

Betragsfehler:

$$f_i = \frac{\left| \frac{I_2'}{I_1} \right| - 1}{1} \cdot 100\%$$

$$f_i = \frac{-I_{Fe} \cos \beta + I_\mu \sin \beta}{I_1}$$

Winkelfehler:

$$\frac{I_2'}{I_1} = \left| \frac{I_2'}{I_1} \right| \cdot e^{j\varphi} \quad \varphi \text{ auslesen}$$

$$\tan \delta_u \approx \delta_u = \frac{I_\mu \cos \beta - I_{Fe} \sin \beta}{I_1} \quad \beta = \angle(I_2'; U_2')$$

Digitaltechnik

Bitrate:

$$R_b = (n \cdot K + s) \cdot f_p \quad k \equiv \text{Anzahl der Kanäle}$$

$$s \equiv \text{Anz. der Syn.bits}$$

RS-Flip-Flop:

X ₁	X ₂	Y ₁	Y ₂	
0	0	Y ₁	\bar{Y}_1	Speicherstellung
0	1	0	1	Rückstellen
1	0	1	0	Setzen
1	1	1	1	unerlaubter Eingangszustand
S	R	Q	\bar{Q}	

Monostabiles Flip-Flop:

Wird X auf 1 gelegt Ausgang (Y) auf 1. C wird mit der Zeitkonstanten $\tau = RC$ aufgeladen. Nach Zeit τ wird der Ausgang wieder auf 0.

JK-Flip-Flop:

X ₁	X ₂	Q _n	
0	0	Q _{n-1}	Speicherstellung
0	1	1	Rückstellen
1	0	1	Setzen
1	1	\bar{Q}_{n-1}	Zählen

Verstärkerschaltungen

Invertierender Verstärker:

$$V' = -\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1} ; \quad R_E = R_1 ; \quad I_1 = I_2$$

Summierverstärker

$$U_2 = -\left(\frac{R_2}{R_{11}} U_{11} + \frac{R_2}{R_{12}} U_{12} + \frac{R_2}{R_{13}} U_{13} \right)$$

$$R_E = R_{11}; R_{12}; R_{13}$$

Subtrahierverstärker

wenn: $R_{11} = R_{12}$ und $R_{21} = R_{22}$

dann: $U_2 = V'(U_{11} - U_{12})$

$$V' = \frac{R_{22}}{R_{12}} = \frac{R_{21}}{R_{11}} = \frac{R_2}{R_1}$$

Ungleiche Verstärkungsfaktoren

$$U_2 = V'_2 U_{11} - V'_1 U_{12}$$

$$V'_1 = \frac{R_{22}}{R_{12}} \quad V'_2 = \frac{1 + \frac{R_{22}}{R_{12}}}{1 + \frac{R_{11}}{R_{21}}}$$

Integrationsverstärker

negative Rückkopplung

R₁ Eingang C₂ Rückkopplung

$$U_2 \approx \frac{1}{\tau} \cdot U_1 \cdot \Delta t \quad \tau = R_1 C_2$$

bei sinusförmiger Ansteuerung:

$$|V'| = \frac{X_{C2}}{R_1} = \frac{1}{\omega R_1 C_2} ; \quad \Phi_{U1;U2} = \frac{\pi}{2}$$

Differenzierverstärker

negative Rückkopplung

C₁ Eingang R₂ Rückkopplung

$$U_2 \approx -\tau \frac{\Delta U_1}{\Delta t} \quad \tau = R_2 C_1$$

Bei sinusförmiger Ansteuerung:

$$|V'| = \frac{R_2}{X_{C1}} = \omega R_2 C_1 ; \quad \Phi_{U1;U2} = -\frac{\pi}{2}$$

Digitale Frequenz- und Periodendauermessung

Frequenzzähler:

Frequenzmessung:

$$z = f_x T_m = f_x \frac{a}{f_Q}$$

Frequenzverhältnismessung:

$$f_Q = f_y$$

Periodendauermessung:

$$z = f_Q \frac{a}{f_x} = f_Q a T_x$$

Phasenwinkelmessung:

$$Z = f_Q T_x = f_Q \frac{\Phi_x}{\omega}$$